

**FOLHA 08**  
**GASES IDEAIS**

Nós vamos estudar a teoria dos gases ideais, na qual devemos levar em conta algumas propriedades e será importante você saber a validade das equações que veremos. É também importante prestar atenção em palavras chaves, tais como variáveis de estado, energia interna etc. Irei seguir a sequência do livro texto, apresentando exemplos diferentes e textos complementares, entretanto o livro será complementar, ou seja, será uma ferramenta auxiliar importante. Além disso, o *layout* desta página foi modificado para facilitar no uso em aula à distância.

**GRANDEZAS IMPORTANTES**

Você já deve ter ouvido falar que para medirmos unidade minúsculas, na escala atômica, é conveniente utilizarmos a chamada **unidade de massa atômica** ou simplesmente  $u$ .

Lembremos que esta unidade corresponde à aproximadamente a massa de um próton (ou nêutron). Na verdade, utilizamos o isótopo 12 do carbono ( $^{12}\text{C}$ ) que possui 6 prótons e 6 nêutrons. Assim, podemos dizer que um átomo de carbono possui massa que corresponde à 12  $u$ .

Podemos também dizer que:

$$1u \approx 1,66057 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad \text{Eq. (1)}$$

Vamos nomear as equações, bem como os valores de certas constantes para facilitar a organização deste material. Agora continuando, também podemos dizer que:

$$\text{massa do próton} \approx \text{massa do nêutron} \approx u \quad \text{Eq. (2)}$$

Chamemos de **massa atômica** a massa de um átomo em unidades de massa atômica, sendo que o valor apresentado na tabela periódica corresponde ao valor médio da massa atômica do elemento.

# Tabela periódica



1 H hidrogênio [1,0078 - 1,0082]	2 He hélio 4,0026																
3 Li lítio [6,938 - 6,997]	4 Be berílio 9,0122																
11 Na sódio 22,990	12 Mg magnésio [24,304 - 24,307]																
19 K potássio 39,098	20 Ca cálcio 40,078(4)	21 Sc escândio 44,956	22 Ti titânio 47,867	23 V vanádio 50,942	24 Cr cromio 51,996	25 Mn manganês 54,938	26 Fe ferro 55,845(2)	27 Co cobalto 58,933	28 Ni níquel 58,693	29 Cu cobre 63,546(3)	30 Zn zinc 65,38(2)	31 Ga gálio 69,723	32 Ge germânio 72,630(8)	33 As arsênio 74,922	34 Se selênio 78,971(8)	35 Br bromo [79,901 - 79,907]	36 Kr criptônio 83,798(2)
37 Rb rubídio 85,468	38 Sr estrôncio 87,62	39 Y ítrio 88,906	40 Zr zircônio 91,224(2)	41 Nb nióbio 92,906	42 Mo molibdênio 95,95	43 Tc tecnécio	44 Ru rutênio 101,07(2)	45 Rh ródio 102,91	46 Pd paládio 106,42	47 Ag prata 107,87	48 Cd cádmio 112,41	49 In índio 114,82	50 Sn estanho 118,71	51 Sb antimônio 121,76	52 Te telúrio 127,60(3)	53 I iodo 126,90	54 Xe xenônio 131,29
55 Cs césio 132,91	56 Ba bário 137,33	57 a 71 Lanthanides	72 Hf háfnio 178,486(6)	73 Ta tântalo 180,95	74 W tungstênio 183,84	75 Re rênio 186,21	76 Os ósio 196,23(3)	77 Ir irídio 192,22	78 Pt platina 195,08	79 Au ouro 196,97	80 Hg mercúrio 200,59	81 Tl talho [204,38 - 204,39]	82 Pb chumbo 207,2	83 Bi bismuto 208,98	84 Po polônio	85 At astato	86 Rn radônio
87 Fr frâncio	88 Ra rádio	89 a 103 Actinides	104 Rf rutherfordio	105 Db dúbio	106 Sg seabórgio	107 Bh bóhrio	108 Hs hássio	109 Mt meitnério	110 Ds darmstádio	111 Rg roentgênio	112 Cn copernício	113 Nh nihônio	114 Fl fleróvio	115 Mc moscóvio	116 Lv livermório	117 Ts tennesso	118 Og oganessônio
57 La lantânio 138,91	58 Ce cério 140,12	59 Pr praseodímio 140,91	60 Nd neodímio 144,24	61 Pm promécio	62 Sm samário 150,36(2)	63 Eu europio 151,96	64 Gd gadolínio 157,25(3)	65 Tb térbio 158,93	66 Dy disprósio 162,50	67 Ho hólio 164,93	68 Er érbio 167,26	69 Tm tulio 168,93	70 Yb itérbio 173,05	71 Lu lutécio 174,97			
89 Ac actínio	90 Th tório 232,04	91 Pa protactínio 231,04	92 U urânio 238,03	93 Np neptúnio	94 Pu plutônio	95 Am américio	96 Cm cúrio	97 Bk berquélio	98 Cf califórnio	99 Es einstênio	100 Fm fêrmio	101 Md mendelévio	102 No nobélio	103 Lr laurêncio			

Figura 1: Tabela periódica, versão 2020.

www.tabelaperiodica.org

**EXERCÍCIOS DE AQUECIMENTO**

Calcule a massa de um átomo de oxigênio, em kg.

A massa atômica do oxigênio (átomo) é de 16 unidades de massa atômica. Para resolvermos isso, basta fazermos uma regra de três.

$$1u - 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$18u - m$$

$$\Rightarrow m = 18 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \Rightarrow m \approx 3,0 \cdot 10^{-26} \text{ kg.}$$

**Massa molecular (MM)** é a massa de uma molécula que, em geral, também é medida em unidade de massa atômica.

Um **mol** é definido como a quantidade de unidades de massa atômica necessária para se obter um grama. Vejamos o seu valor:

$$1 \text{ mol} = 6,023 \cdot 10^{23} \quad \text{Eq. (3)}$$

Um outro valor importante é o **número de Avogadro** ( $N_A$ ), que nos será também bastante útil:

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad \text{Eq. (4)}$$

Definimos como massa molar ( $M$ ) a massa de um mol de um certo elemento. Assim, sendo  $n$  o número de mols (*plural* de mol) desse elemento, a massa  $m$  da amostra será:

$$m = n \cdot M \quad \text{Eq. (5)}$$

**EXERCÍCIO DE AQUECIMENTO**

Consultando a [tabela periódica](#) ao lado, determine a massa molecular e a massa molar da água. Determine qual a massa de 15 mols de água, em gramas.

A massa molecular da água é a soma da massa atômica do oxigênio (16 u) com a massa atômica de dois átomos de hidrogênio (2 u). Portanto, a massa molecular da água é de 18 u. A massa molar da água é de 18 g/mol.

A massa de 15 mols de água é determinada por:

$$\begin{aligned} 1 \text{ mol} &= 18 \text{ g} \\ 15 \text{ mol} &= m \\ \Rightarrow m &= 18 \cdot 15 \Rightarrow m \approx 270 \text{ g.} \end{aligned}$$

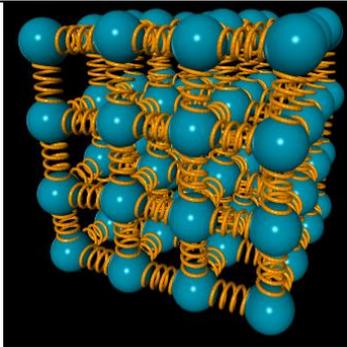


Figura 2: Animação das moléculas se agitando em um cristal. Acesse esta animação em <https://www.glowscript.org/>, clique em *Exemple programs* e clique em *Run* logo abaixo *AtomicSolid-VPython*

Lembremos que a **temperatura** de uma substância está relacionada à vibração das moléculas. Veja uma concepção desta ideia no link abaixo da [figura 2](#). Tome cuidado, no entanto, para não pensar que as moléculas (ou átomos) estão ligadas por molas, pois na verdade estas molas representam apenas a interação à distância (força) entre as moléculas (ou átomos).

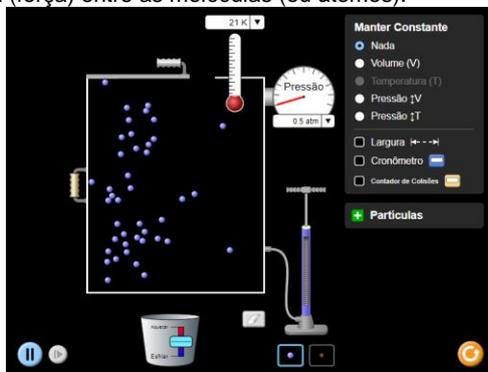


Figura 3: Animação interativa do comportamento clássico de gases ideais. Acesse em [https://phet.colorado.edu/sims/html/gases-intro/latest/gases-intro\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/gases-intro/latest/gases-intro_pt_BR.html)

Porém vamos estudar o comportamento de gases ideais, sendo assim, você pode acessar uma animação com a possibilidade de diversos controles na [figura 3](#), acessando o link logo abaixo. Faça o seguinte teste: coloque moléculas de dois tamanhos distintos e repare qual delas serão mais rápidas! Você irá concluir que as moléculas serão mais rápidas. O conceito de temperatura nos é, até certa medida, intuitivo, assim podemos supor que as moléculas devem possuir a mesma temperatura, logo o que seria igual entre as moléculas não deve ser a velocidade, mas alguma outra grandeza. Respondendo à pergunta: a temperatura das moléculas está relacionada à energia cinética das moléculas. Lembremos que a energia cinética de uma molécula será:

$$E_{cin} = \frac{MM \cdot v^2}{2} \quad \text{Eq. (6)}$$

Veremos isso com mais detalhes em breve. Por hora, vamos à mais uma grandeza importante e mais intuitiva para vocês: a **pressão**. Repare novamente na animação da [figura 3](#) e observe que quanto mais colisões ocorrem nas paredes do reservatório maior será a pressão do gás. Assim, a pressão de um gás está relacionada ao número médio de colisões que ocorrem entre as partículas e a parede.

Vamos à última grandeza importante antes de iniciarmos o estudo dos gases: o **volume**.

Aqui é importante que você se lembre de como calcular o volume de alguns objetos tridimensionais, sendo o mais importante deles o cilindro. Vamos relembrar algumas dessas fórmulas.

Cálculo do volume de um cilindro de altura  $h$  e base de raio  $r$ . A área da base deste cilindro será  $A = \pi \cdot r^2$  e o volume será dado por:

$$V = A \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h \quad \text{Eq. (7)}$$

O volume de um cone de altura  $h$  e raio da base  $r$ :

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h \quad \text{Eq. (8)}$$

Por fim, o volume de uma esfera de raio  $r$  será:

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \quad \text{Eq. (9)}$$

Agora vamos entender o que chamaremos de gás ideal:

- A quantidade de molécula no volume estudado é muito grande (da ordem  $10^{15}$  ou mais moléculas);
- Em cada instante, o número de colisões com a parede é imenso;
- As moléculas não interagem entre si à distância e a colisão com as paredes são sempre elásticas.

**LEI DE BOYLE**

Em 1660, Robert Boyle, um físico e químico irlandês, estabeleceu uma relação entre o **volume** e **pressão** para o caso de uma transformação gasosa à **temperatura constante**.

Verifique na [figura 4](#) o verbete em inglês sobre o assunto. Clique ali para ver a animação, ou procure na *internet* por *Lei de Boyle* que você encontrará facilmente.

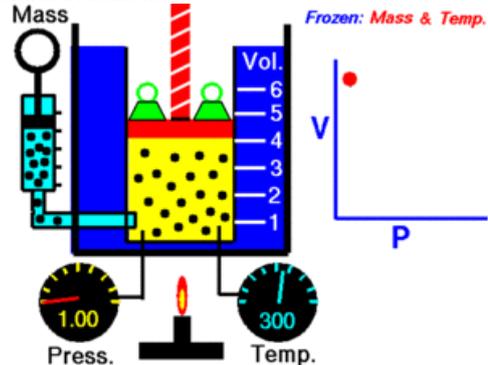
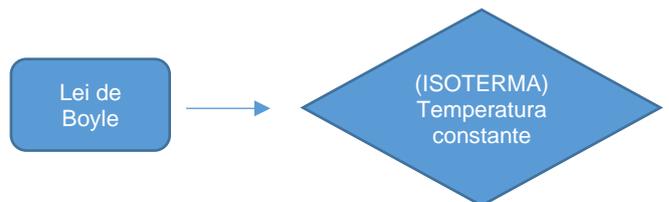


Figura 4: Verifique esta animação da *Wikipedia* sobre a Lei de Boyle: [https://en.wikipedia.org/wiki/Boyle%27s\\_law](https://en.wikipedia.org/wiki/Boyle%27s_law)



A relação que Boyle descobriu é que o produto entre pressão e volume é sempre uma constante. Assim:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = \dots = \text{constante} \quad \text{Eq. (10)}$$

Na figura a seguir ([figura 5](#)) está representada graficamente a relação entre a pressão e o volume: a figura apresentada é uma hipérbole.



Figura 5: Representação gráfica da lei de Boyle: **isoterma**. Podemos enunciar a Lei de Boyle da seguinte forma:

Para uma transformação isoterma, o produto entre a pressão e o volume é sempre uma constante.

De forma equivalente, podemos dizer que numa transformação isotérmica, a pressão e o volume são grandezas inversamente proporcionais.

#### LEIS DE CHARLES/GAY LUSSAC

Apenas 127 anos depois de Boyle, o francês Jacques Alexandre César Charles estudou quais seriam as relações entre as grandezas quando matemos o volume e a pressão constante. No entanto, o trabalho de Charles não foi publicado, tendo isso sido feito 15 anos depois por Gay-Lussac, que chegou aos mesmos resultados.

Quando a **pressão** for constante, isto é, quando o processo for **isobárico**, a razão entre o volume e a temperatura do gás será constante.



Figura 6: Uma das leis de Charles/Gay-Lussac: **isobárica**.

ISOBÁRICA:

Razão entre o volume e a temperatura é constante.

Podemos escrever da seguinte forma:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \dots = \text{constante} \quad \text{Eq. (11)}$$

Na [figura 6](#) vamos representar o gráfico de  $V$  por  $T$ . Quando o **volume** for constante chamamos o processo de **isométrico** ou **isocórico** ou **isovolumétrico**. Neste caso, a razão entre a pressão e a temperatura do gás será constante.



Figura 7: Outra lei de Charles/Gay-Lussac: **isocórica**.

ISOCÓRICA:

Razão entre a pressão e a temperatura é constante.

Podemos escrever da seguinte forma:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \dots = \text{constante} \quad \text{Eq. (12)}$$

Na [figura 7](#) vamos representar o gráfico de  $V$  por  $T$ .

#### LEI GERAL DOS GASES IDEAIS

Repare que podemos unificar as três relações anteriores em uma só, que chamaremos de Lei Geral dos Gases:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = \dots = \frac{p \cdot V}{T} = \text{constante} \quad \text{Eq. (12)}$$

Repare que podemos recuperar as relações anteriores impondo alguma grandeza como sendo constante.

$$\text{ISOTÉRMICA: } \left. \begin{array}{l} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \\ \text{se } T_1 = T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$\text{ISOBÁRICA: } \left. \begin{array}{l} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \\ \text{se } p_1 = p_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\text{ISOCÓRICA: } \left. \begin{array}{l} \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \\ \text{se } V_1 = V_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

#### EQUAÇÃO DE CLAPEYRON

Falamos até agora que certas relações entre algumas grandezas nos dá uma constante, mas que constante é essa? Vamos agora responder esta pergunta, adicionando uma grandeza: o número de mols  $n$ .

A razão apresentada na [equação 12](#) é função do número de mols, da constante **universal dos gases ideais**  $R$  e da temperatura. Geralmente, escrevemos a equação na forma a seguir:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \text{Eq. (13)}$$

O valor da constante universal dos gases ideais, que iremos utilizar com frequência, no Sistema Internacional, é:

$$R \approx 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 8,31 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \quad \text{Eq. (14)}$$

Em outros sistemas de unidades, temos:

$$R \approx 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \approx 2,0 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

**EXERCÍCIOS**

1. (Fuvest 2018) Uma pessoa que vive numa cidade ao nível do mar pode ter dificuldade para respirar ao viajar para La Paz, na Bolívia (cerca de 3.600 m de altitude).

a) Ao nível do mar, a pressão barométrica é 760 mmHg e a pressão parcial de oxigênio é 159 mmHg. Qual é a pressão parcial de oxigênio em La Paz, onde a pressão barométrica é cerca de 490 mmHg?

b) Qual é o efeito da pressão parcial de oxigênio, em La Paz, sobre a difusão do oxigênio do pulmão para o sangue, em comparação com o que ocorre ao nível do mar? Como o sistema de transporte de oxigênio para os tecidos responde a esse efeito, após uma semana de aclimatação do viajante?

2. (Uem 2018) Sobre a Lei do Gás Ideal, assinale o que for **correto**.

01) Em um recipiente de volume constante, a pressão de um gás deve ser diretamente proporcional à sua temperatura em Kelvin.

02) Em um recipiente mantido a uma temperatura constante, a pressão de um gás deve se comportar, em função do volume, como uma função quadrática.

04) Para um conjunto de amostras de um mesmo gás, todas com mesma pressão e temperatura, a razão entre as massas coincide com a razão entre os volumes.

08) Dobrando-se o volume e diminuindo-se pela metade a pressão de uma amostra gasosa, a temperatura final dessa amostra deve ser igual à inicial.

16) É possível alterar a pressão de uma amostra gasosa sem modificar sua temperatura, seu volume e sua massa.

3. (Pucrj 2018) Um gás ideal confinado é submetido a um processo tal que seu volume final é maior que seu volume inicial. Considere as afirmações abaixo, referentes ao processo.

I. Se o processo é isotérmico, a pressão final do gás é menor do que a pressão inicial.

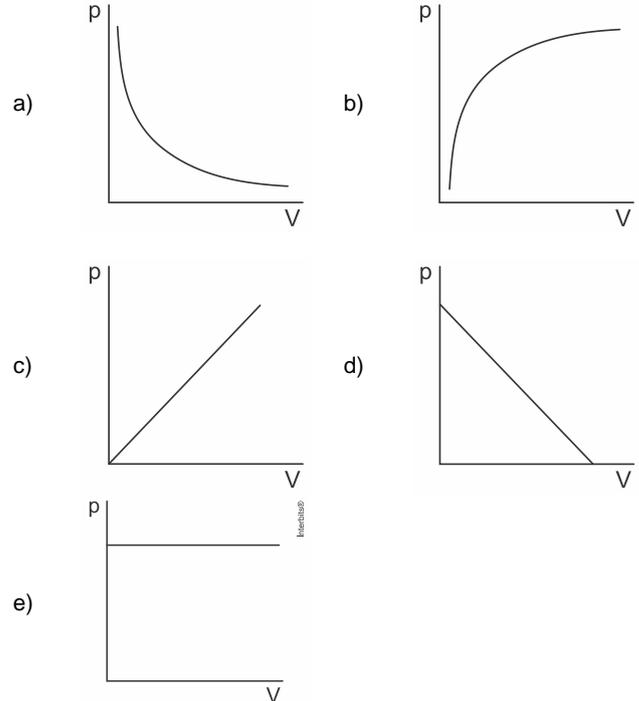
II. Se a temperatura final do gás é maior do que a inicial, o processo é isobárico.

III. Se a pressão final do gás é maior do que a inicial, a temperatura final do gás é necessariamente maior que a temperatura inicial.

É correto o que se afirma em:

- a) I, somente.
- b) I e II, somente.
- c) I e III, somente.
- d) II e III, somente.
- e) I, II e III.

4. (Ufrgs 2017) Considere que certa quantidade de gás ideal, mantida a temperatura constante, está contida em um recipiente cujo volume pode ser variado. Assinale a alternativa que melhor representa a variação da pressão ( $p$ ) exercida pelo gás, em função da variação do volume ( $V$ ) do recipiente.



5. (Uepg 2017) Sobre os gases ideais pode-se afirmar que:

01) Obedecem à lei geral dos gases, ou seja,  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ .

02) Dentre suas características temos que as colisões entre as partículas que os constituem são consideradas perfeitamente elásticas.

04) Para uma transformação isotérmica desses gases, as grandezas *pressão* e *volume* tornam-se inversamente proporcionais.

08) Para uma transformação isobárica o *volume* e a *temperatura*, são inversamente proporcionais, portanto, quando a temperatura aumentar, seu volume também aumentará. Logo, se o volume passar de  $V$  para  $V+4$ , sua temperatura passará de  $T$  para  $T+4$ .

6. (Ufrgs 2019) Considere as afirmações abaixo, sobre o comportamento térmico dos gases ideais.

I. Volumes iguais de gases diferentes, na mesma temperatura inicial, quando aquecidos sob pressão constante de modo a sofrerem a mesma variação de temperatura, dilatam-se igualmente.

II. Volumes iguais de gases diferentes, na mesma temperatura e pressão, contêm o mesmo número de moléculas.

III. Uma dada massa gasosa, quando mantida sob pressão constante, tem temperatura  $T$  e volume  $V$  diretamente proporcionais.

Quais estão corretas?

- a) Apenas I.
- b) Apenas II.
- c) Apenas I e III.
- d) Apenas II e III.
- e) I, II e III.

PROFESSOR DANILO

GASES IDEAIS E TERMODINÂMICA – TOP HUMANAS – 07/07/2023

7. (Ufrpr 2017) Uma minúscula bolha de ar sobe até a superfície de um lago. O volume dessa bolha, ao atingir a superfície do lago, corresponde a uma variação de 50% do seu volume em relação ao volume que tinha quando do início do movimento de subida. Considerando a pressão atmosférica como sendo de  $10^5 \text{ Pa}$ , a aceleração gravitacional de  $10 \text{ m/s}^2$  e a densidade da água de  $1 \text{ g/cm}^3$ , assinale a alternativa que apresenta a distância percorrida pela bolha durante esse movimento se não houve variação de temperatura significativa durante a subida da bolha.  
a) 2 m.    b) 3,6 m.    c) 5 m.    d) 6,2 m.    e) 8,4 m.

8. (Eear 2019) Um cilindro dotado de um êmbolo contém aprisionado em seu interior  $150 \text{ cm}^3$  de um gás ideal a temperatura controlada de  $22^\circ\text{C}$  e à pressão de  $2 \text{ Pa}$ . Considere que o êmbolo do cilindro pode ser movido por uma força externa, de modo que o gás seja comprimido a um terço de seu volume inicial, sem, contudo, variar a sua temperatura. Nessas condições, determine em Pascal (Pa) a nova pressão à qual o gás estará submetido.  
a) 2    b) 3    c) 6    d) 9

9. (Upf 2019) Considerando que o volume de um gás ideal é  $V_1 = 0,5 \text{ m}^3$  na temperatura  $T_1 = 0^\circ\text{C}$  e pressão  $P_1$ , podemos afirmar que, na pressão  $P_2 = 0,5 P_1$  e  $T_2 = 10 T_1$ , o volume do gás, em  $\text{m}^3$ , será  
a) 1    b) 5    c) 20    d) 10    e) 0,1

10. (Famerp 2020) A oxigenoterapia hiperbárica é uma modalidade terapêutica na qual o paciente respira oxigênio puro (100%), enquanto é submetido a uma pressão cerca de 2 a 3 vezes a pressão atmosférica ao nível do mar, no interior de uma câmara hiperbárica. Essa terapia provoca um aumento espetacular na quantidade de oxigênio transportado pelo sangue, na ordem de 20 vezes o volume que circula em indivíduos que estão respirando ar ao nível do mar, o que produzirá no paciente uma série de efeitos de interesse terapêutico. A câmara hiperbárica consiste em um equipamento médico fechado, resistente à pressão, geralmente de formato cilíndrico, construído de aço ou acrílico e que pode ser pressurizado com ar comprimido ou oxigênio puro.  
(<https://sbmh.com.br>. Adaptado.)

Considere que o ar se comporta como um gás ideal, que o ar no interior da câmara hiperbárica esteja à pressão atmosférica, que o volume da câmara hiperbárica não se altere e que a temperatura no seu interior não varie. O número de mols de ar que devem ser injetados na câmara, em relação à quantidade existente inicialmente ( $n_0$ ), para produzir no interior da câmara uma pressão igual a 2,8 vezes a pressão atmosférica é  
a)  $2,8 n_0$ .    b)  $3,8 n_0$ .    c)  $1,4 n_0$ .    d)  $0,9 n_0$ .    e)  $2,4 n_0$ .

11. (Uffj-pism 2 2019) Homens como Clapeyron, Boyle, Mariotte, Gay Lussac, van der Waals, entre outros, desenvolveram importantes estudos envolvendo as propriedades de gases. O comportamento de gases reais se aproxima de gases ideais em condições de baixas pressões, bem como para gases contidos em um grande volume e gases mantidos a altas temperaturas. Considere que, numa experiência de laboratório, um recipiente de volume  $V$ , totalmente fechado, contendo  $1 \text{ mol}$  de um gás ideal sob uma pressão de  $4,0 \text{ atm}$ , é submetido a uma expansão à temperatura constante e igual a  $127^\circ\text{C}$ , e que o comportamento desse gás seja o de um gás ideal, conforme mostra o gráfico.

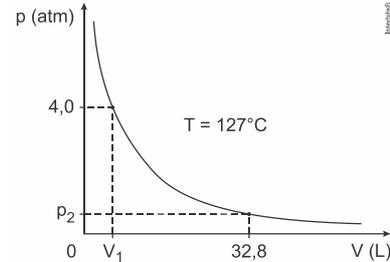


Gráfico da pressão em função do volume para um gás ideal a temperatura constante.

Neste caso, quando o gás estiver ocupando um volume igual a  $32,8 \text{ L}$ , a pressão exercida por ele será: (dado: a constante universal dos gases perfeitos é  $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{litrô/mol} \cdot \text{K}$ )

- a) 0,32 atm    b) 0,40 atm    c) 1,0 atm  
d) 2,0 atm    e) 2,6 atm

**RESPOSTAS**

1. a)  $P = 102,5 \text{ mmHg}$ .  
b) De acordo com o item anterior, há uma menor pressão parcial de oxigênio em La Paz, o que dificulta a difusão deste gás na corrente sanguínea. A aclimação do viajante permite que haja uma aceleração na produção de hemácias pela medula óssea vermelha, o que auxilia no fornecimento de oxigênio às células do corpo.  
2. 01 + 04 + 08 = 13.    3. C    4. A  
5. 01 + 02 + 04 = 07.    6. E    7. C    8. C  
9. D    10. A\*    11. C

\* Questão sem resposta, pois a resposta correta é  $1,8 n_0$ .